

А.И. Волошин, чл.-корр. НАН Украины, д-р техн. наук, профессор,  
 Н.И. Лисица, канд. техн. наук, ст. научн. сотр.  
 (ИГТМ НАН Украины),  
 А.В. Толстенко, канд. техн. наук, доцент,  
 В.А. Колбасин, канд. техн. наук, доцент,  
 (ДГАУ)

## ВЫБОР ЖЕСТКОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ВИБРОИЗОЛЯТОРОВ С ВНУТРЕННЕЙ ПЕРЕМЫЧКОЙ

**Аннотация.** Излагается алгоритм расчёта виброизоляторов типа ВР с внутренней перемычкой, позволяющей получить нелинейную жесткостную характеристику. Рассматривается определение жесткостных параметров и диссипативного разогрева при статических и динамических нагрузках. Задача о термомеханическом поведении виброизолятора решается методом конечных элементов: используется изопараметрический четырёхугольный конечный элемент с квадратичной аппроксимацией полей перемещений и температуры.

**Ключевые слова:** виброизоляторы типа ВР, определение жесткостных параметров, статические и динамические нагрузки; метод конечных элементов

A.I. Voloshin, Corresponding Member NASU, D. Sc. (Tech.), Professor,  
 N.I. Lisitsa, Ph. D. (Tech.), Senior Researcher  
 (IGTM NAS of Ukraine),  
 Yu.G. Kozub, Ph. D. (Tech.), Associate Professor  
 (LNU),  
 A.V. Tolstenko, Ph. D. (Tech.), Associate Professor,  
 V.A. Kolbasin, Ph. D. (Tech.), Associate Professor  
 (DSAU)

## SELECTING RIGIDITY PARAMETERS OF VIBRATION ISOLATORS WITH AN INTERNAL JUMPER

**Abstract.** We present calculation algorithm for type VR vibration isolators with internal jumpers to get the nonlinear stiffness characteristics. Determination of the stiffness parameters and dissipative heating under static and dynamic loads is considered. The problem of the thermomechanical behavior of vibration isolator is solved by finite element method: we use isoparametric quadrilateral finite element with quadratic approximation of the displacement fields and temperature.

**Keywords:** type VR vibration isolators, stiffness parameters determination, static and dynamic loads, finite elements method

### Введение

В современном машиностроении для защиты машин, зданий и сооружений от вибраций и шума широко используют резиновые виброизоляторы самой различной геометрической формы. Для одномассных резонансных вибромашин особый интерес представляют виброизоляторы типа ВР со сложной формой свободной поверхности. В известной литературе [1-5] рассматривались некоторые проблемы расчёта таких виброизоляторов.

В настоящей статье приводится алгоритм расчёта виброизоляторов со специальной перемычкой, позволяющей реализовать нелинейную жесткостную характеристику.

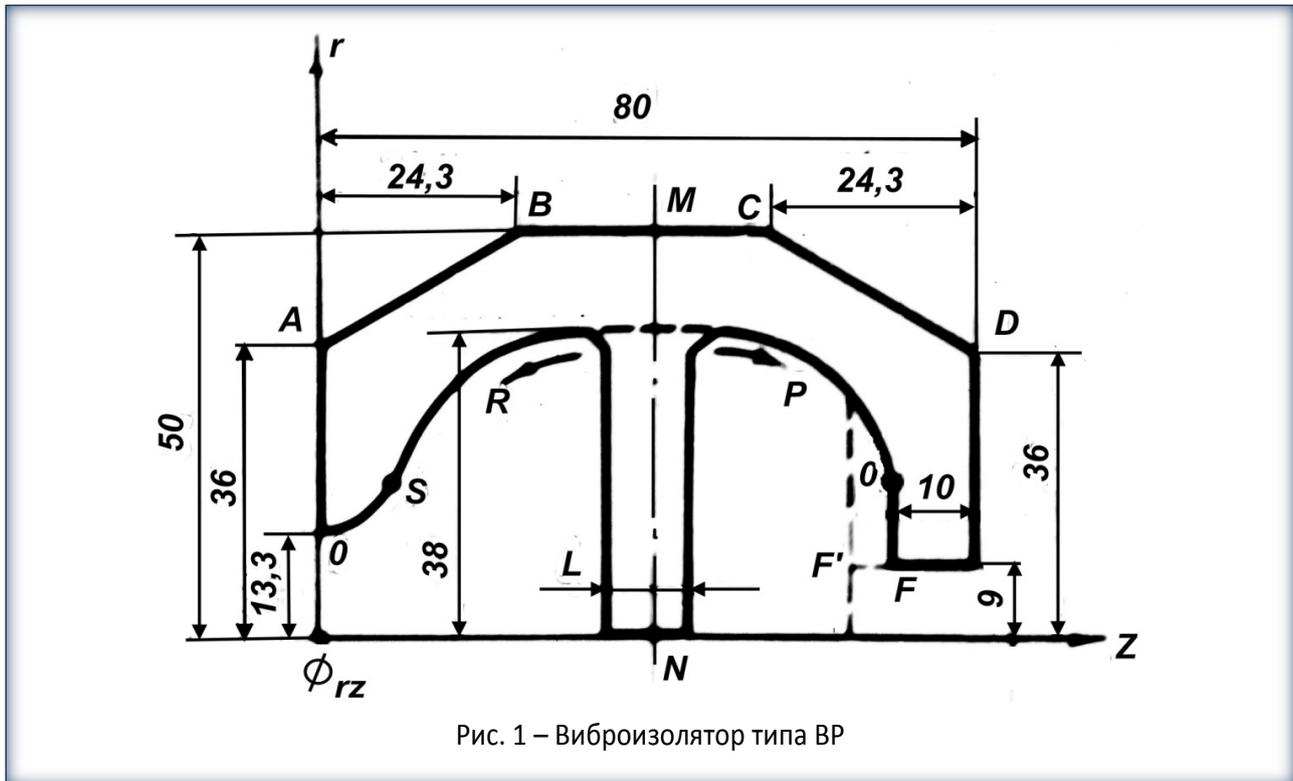


Рис. 1 – Виброизолятор типа ВР

### Изложение основного материала

Схема виброизолятора типа ВР с внутренней перемычкой показана на рисунке 1. Для расчёта используем цилиндрическую систему координат  $(rz\theta)$ . Левый торец АО закреплён, а правый торец ДЕ кинематически возбуждается гармоническим воздействием; боковые поверхности тела свободны от нагрузки.

Пусть  $U_r$  и  $U_z$  – радиальное и осевое перемещения, а  $\sigma_{\alpha\beta}$  – компоненты тензора напряжения в цилиндрической системе координат,  $\alpha, \beta = r, z, \theta$ . Обозначим через  $S_{AO}$ ,  $S_{DE}$  и  $S_\theta$  – соответственно поверхности торцов и боковую (наружную и внутреннюю) поверхность. Тогда механические граничные условия запишутся в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{U}_r = 0, \tilde{U}_z = 0 & \text{ на } S_{AO}, \\ \tilde{U}_r = 0, \tilde{U}_z = w_0 & \text{ на } S_{DE}, \\ \sigma_{\alpha\beta} n_\beta = 0 & \text{ на } S_\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\vec{n} = \{n_\beta\}$  – внешняя нормаль к поверхности  $S_\theta$ ;

$(\tilde{\cdot}) = (\cdot)' + i(\cdot)''$  – комплексная амплитуда.

Предположим далее, что на поверхности виброизолятора происходит конвективный теплообмен с окружающей средой температуры  $T_c$ :

$$\begin{aligned} -k \text{grad} T \cdot \vec{n} &= \alpha_1 (T - T_c) \text{ на } S_{OSRNF}, \\ -k \text{grad} T \cdot \vec{n} &= \alpha_2 (T - T_c) \text{ на } S_{ABCD}, \\ -k \text{grad} T \cdot \vec{n} &= \alpha_3 (T - T_c) \text{ на } S_{AO,DE} \end{aligned} \quad (2)$$

причём  $k$  – коэффициент теплопроводности.

При постановке задачи сделаны следующие предположения:

- материал виброизолятора линейно-вязкоупругий;

- напряжённно-деформированное состояние (НДС) квазистатическое;
- физико-механические характеристики материала не зависят от температуры;
- коэффициент Пуассона действительная постоянная величина,  $V = \text{const}$ .

С учётом сделанных допущений задача о термомеханическом состоянии виброизолятора сводится к интегрированию уравнения квазистатического равновесия

$$\tilde{\sigma}_{\alpha\beta,\beta} = 0, \tag{3}$$

стационарной теплопроводимости

$$k \operatorname{div} \operatorname{grad} T + \bar{D}' = 0, \tag{4}$$

определяющих уравнений циклически деформируемой линейно-вязкоупругой среды для амплитуд напряжений

$$\bar{\sigma}_{\alpha\beta} = 2\tilde{G} \left( \tilde{\xi}_{\alpha\beta} + \frac{\nu}{1-2\nu} \xi_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} \right), \alpha, \beta = r, z, \theta \tag{5}$$

и средней за период диссипации механической энергии [6]

$$\bar{D}' = \frac{\omega}{2} \left( \sigma''_{\alpha\beta} \xi'_{\alpha\beta} - \sigma'_{\alpha\beta} \xi''_{\alpha\beta} \right) \tag{6}$$

с учётом граничных условий (1) и (2).

Задача (1-6) решается методом конечных элементов. Принимается вариационная формулировка типа Лагранжа. Используется изопараметрический четырёхугольный конечный элемент с квадратичной аппроксимацией полей перемещений и температуры.

В качестве интегральной характеристики осевой реакции виброизолятора принимается коэффициент жёсткости

$$\tilde{\beta} = \frac{H \int_{R_1}^{R_2} \sigma_{zz} r dr}{(1+\nu)G'w_0R_{\max}^2}; \tag{7}$$

где  $H$  – высота виброизолятора;

$R_1$  и  $R_2$  – внутренний и наружный радиусы произвольного сечения тела плоскостью  $Z = \text{const}$ ,  $0 \leq Z \leq H$ ;

$R_{\max}$  – максимальный радиус сечения.

В расчётах использованы следующие значения параметров:

$G' = 1,62$  МПа;  $G'' = 0,60$  МПа;  $\nu = 0,495$ ;  $k = 0,245$  Вт/(м·К);  $\omega = 94,2$  с<sup>-1</sup>;  $V_a = 0,3$  см;

$\alpha_1 = 0$ ;  $\alpha_2 = 8,79$  Вт/(м<sup>2</sup>К);  $\alpha_3 = 1,16 \times 10^6$  Вт/(м<sup>2</sup>К);  $T_c = 20^\circ\text{C}$ ;  $H = 8$  см;  $R_{\max} = 5$  см.

Значения коэффициента жёсткости, средней и максимальной по объёму стационарных температур в зависимости от толщины перемычки  $\ell$  приведены в таблице. Графически эти данные показаны на рис. 2 и рис. 3. Видно, что варьирование толщины перемычки позволяет изменять коэффициент жёсткости в пределах 0,24-0,84. Кривая на рис. 2 демонстрирует наличие зоны существенного увеличения жёсткости при изменении толщины перемычки от 4 до 6 см. В этой области радиальная жёсткость перемычки соизмерима с осевой жёсткостью основной части виброизолятора. Это имеет место, когда грани перемычки располагаются на поверхности SR и RQ (рис. 1). Скачкообразное увеличение коэффициента жёстко-

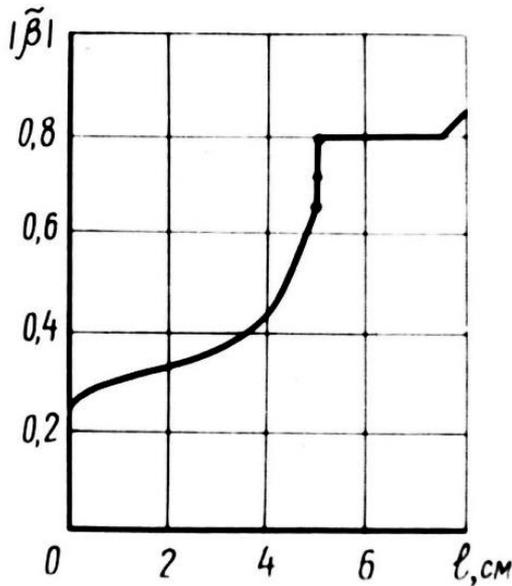


Рис. 2 – Зависимость коэффициента жёсткости ВР от толщины перемычки

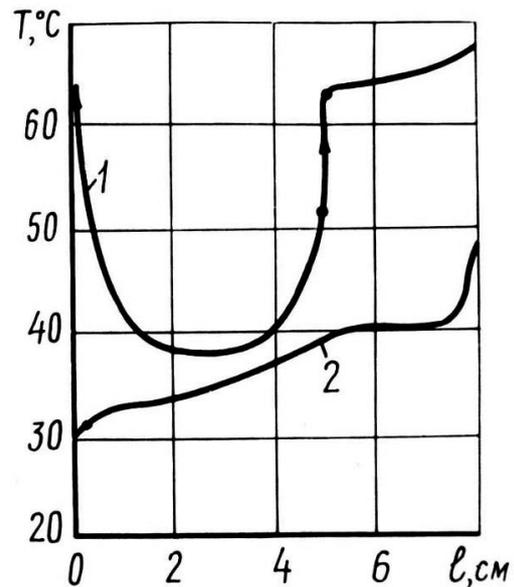


Рис. 3 – Зависимость температуры диссипативного разогрева от толщины перемычки

сти при  $\ell \approx 5$  см связано с резким изменением конфигурации, обусловленной «схлопыванием» щели между перемычкой и поверхностью QF. Начиная с  $\ell = 6$ , щель между перемычкой и поверхностью QF уже не рассматривалась; она предполагалась заполненной материалом. Соответствующая конфигурация показана на рис. 1 штриховой линией. В таблице первая строка для  $\ell = 5; 6$  отвечает точной конфигурации (поверхность PQF), а вторая – конфигурации, определяемой поверхностью PF'E. Значение коэффициента жёсткости в первом случае существенно ниже, чем во втором, поскольку в первом случае имеет место изгиб торцевых частей GADR и DEFP, а во втором преобладают деформации растяжения-сжатия.

Таблица – Значение коэффициента жёсткости и температуры диссипативного разогрева в зависимости от толщины перемычки

| Толщина перемычки $\ell$ , см | $ \tilde{\beta} $ | $T_{\max}$ , °C | $T_{\text{ср}}$ , °C |
|-------------------------------|-------------------|-----------------|----------------------|
| 0,0                           | 0,236             | 31,3            | 28,9                 |
| 0,1                           | 0,257             | 63,6            | 29,8                 |
| 0,2                           | 0,264             | 56,8            | 30,4                 |
| 0,4                           | 0,275             | 49,4            | 31,3                 |
| 0,5                           | 0,279             | 47,2            | 31,6                 |
| 0,7                           | 0,288             | 44,3            | 32,1                 |
| 1,0                           | 0,297             | 41,6            | 32,6                 |
| 1,5                           | 0,314             | 39,3            | 32,9                 |
| 2,0                           | 0,336             | 38,4            | 33,6                 |
| 3,0                           | 0,354             | 38,2            | 35,4                 |
| 4,0                           | 0,431             | 40,2            | 37,1                 |
| 4,5                           | 0,634             | 45,6            | 40,6                 |
| 5,0                           | 0,647             | 51,4            | 44,7                 |
| 5,0                           | 0,792             | 63,4            | 40,1                 |
| 5,5                           | 0,794             | 64,0            | 40,2                 |
| 6,0                           | 0,864             | 64,6            | 40,2                 |
| 7,0                           | 0,794             | 66,7            | 40,4                 |
| 7,5                           | 0,794             | 66,3            | 40,4                 |
| 8,0                           | 0,837             | 66,3            | 40,4                 |

Согласно данным, представленным на рис. 3, средняя по объёму температура (кривая 2) монотонно возрастает с увеличением  $\ell$ . В области  $\ell \approx 8$  см наблюдается всплеск температуры, обусловленный увеличением жёсткости и соответственно закачки энергии в связи с «выходом» перемычки на торец. Согласно расчётам, средняя температура не реагирует скачком на «схлопывание».

В отсутствии перемычки максимальная стационарная температура достигается в точке  $r = 3,8$  см,  $Z = 4,0$  см и составляет  $31,3$  °С. При наличии очень тонкой перемычки максимальный разогрев происходит в её центре, то есть в точке  $r = 0, z = 4$  см. Он обусловлен значительной деформацией радиального растяжения-сжатия в условиях существенной теплоизолированности центра перемычки.

С увеличением её толщины, максимальная температура падает, а при  $\ell \geq 3$  см начинает возрастать. При этом её изменение аналогично изменению коэффициента жёсткости.

В заключение отметим, что увеличение толщины перемычки позволяет существенно (почти в 3,3 раза) увеличить коэффициент жёсткости виброизоляторов рассматриваемого типа. При этом средняя избыточная температура возрастает примерно в 3,3 раза, а максимальная избыточная в 4,3 раза при неизменных условиях кинематического возбуждения на торцах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, В.Г. Карнауков, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Киев: Наукова думка, 2013. – Т. 1. Механика деформирования и разрушения эластомеров. – Киев: Наукова думка, 2011. – 568 с.
2. Прикладная механика упруго-наследственных сред. В 3-х томах / А.Ф. Булат, В.И. Дырда, В.Г. Карнауков, Е.Л. Звягильский, А.С. Кобец. – Киев: Наукова думка, 2013. – Т. 2. Методы расчета эластомерных деталей. – 2012. – 616 с.
3. Исследования термомеханического поведения эластомерных конструкций, имеющих форму тел вращения / В.И. Дырда, В.И. Козлов, А.В. Мазнецова, И.Д. Спивак; Ин-т геотехн. механики АН УССР. – Днепропетровск, 1987. – 15 с. – ДЕП в ВИНТИ 03.08.87, №5548.-В87.
4. Исследования жесткостных параметров и температуры диссипативного разогрева виброизоляторов дробилок типа КИД / Дырда В.И., Лисица Н.И., Мазнецова А.В., Спивак И.Д.; Ин-т геотехн. механики АН УССР. – Днепропетровск, 1987. – 13 с. – ДЕП в ВИНТИ 16.12.87, №8826. – В87.
5. Прогнозирование жесткостных свойств виброизоляторов машин / С.И. Дымников, В.И. Дырда, А.А. Воловик, А.В. Мазнецова.; Ин-т геотехн. механики АН УССР. – Днепропетровск, 1987. – 10 с. –ДЕП в ВИНТИ 16.12.87, №8824. – В87.
6. Термомеханика эластомерных элементов конструкций при циклическом нагружении / В.Н. Потураев, В.И. Дырда, В.Г. Карнауков, И.К. Сенченков, В.И. Козлов, А.В. Мазнецова. – Киев: Наук. Думка, 1987. – 288 с.

#### REFERENCES

1. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagilskiy, Ye.L., Kobets, A.S. (2012), *Prikladnaya mekhanika uprugogo-nasledstvennykh sred. Tom 1. Mekhanika deformirovaniya i razrusheniya elastomerov* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 1. Mechanics of deformation and fracture of elastomers], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
2. Bulat, A.F., Dyrda, V.I., Zvyagilskiy, Ye.L., Kobets, A.S. (2012), *Prikladnaya mekhanika uprugogo-nasledstvennykh sred. Tom 2. Metody raschota elastomernykh detaley* [Applied mechanics of elastic-hereditary media. Vol. 2. Methods for calculating elastomeric parts], Naukova dumka, Kiev, Ukraine.
3. Dyrda, V.I., Kozlov, V.I., Maznetsova, A.V. and Spivak, I.D. (1987), *Issledovaniya termomekhanicheskogo povedeniya elastomernykh konstruksiy, imeyushchikh formu tel vrashcheniya* [Study of thermomechanical behavior of elastomeric constructions shaped as bodies of rotation], Dnepropetrovsk, USSR, Dep. v VINITI 03.08.87, №5548 – V87.
4. Dyrda, V.I., Lisitsa, N.I., Maznetsova, A.V. and Spivak, I.D. (1987), *Issledovaniya zheskostnykh parametrov i temperatury dissipativnogo razogreva vibroizolyatorov drobilok tipa KID* [Research of stiffness parameters and temperature of dissipative heating of vibroisolators of KID type crushers], Dnepropetrovsk, USSR, Dep. v VINITI 16.12.87, №8826. – V87.

5. Dymnikov, S.I., Dyrda, V.I., Volovik, A.A. and Maznetsova, A.V. (1987), *Prognozirovaniye zhestkostnykh svoystv vibroizolyatorov mashin* [Prediction of stiffness properties of vibration isolators of machines], Dnepropetrovsk, USSR, Dep. v VINITI 16.12.87, №8824. – V87.
6. Poturaev, V.N., Dyrda, V.I., Karnaukhov, V.G., Senchenkov, I.K., Kozlov, V.I. and Maznetsova, A.V. (1987), *Termomekhanika elastomernykh elementov konstruktsiy pri tsiklicheskom nagruzhennii* [Thermomechanics of elastomeric structural elements under cyclic loading], Naukova dumka, Kiev, USSR.

---

#### Об авторах

**Волошин Алексей Иванович**, член-корреспондент НАН Украины, доктор технических наук, профессор, заместитель директора по научной работе, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Днепропетровск, Украина

**Лисица Николай Иванович**, кандидат технических наук, старший научный сотрудник отдела механики эластомерных конструкций горных машин, Институт геотехнической механики им. Н.С. Полякова НАН Украины, Днепропетровск, Украина

**Козуб Юрий Гордеевич**, кандидат технических наук, доцент, Луганский национальный университет им. Т. Шевченко, Луганск, Украина

**Толстенко Александр Васильевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Надёжность и ремонт машин», Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

**Колбасин Евгений Васильевич**, кандидат технических наук, доцент, Днепропетровский государственный аграрный университет (ДГАУ), Днепропетровск, Украина

---

#### About the authors

**Voloshin Alexey Ivanovich**, Corresponding Member of the National Academy of Science of Ukraine, Doctor of Technical Sciences (D. Sc.), Professor, Vice Director for Science, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine, igtmnanu@yandex.ru

**Lisitsa Nikolay Ivanovich**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Researcher in Department of Elastomeric Component Mechanics in Mining Machines, M.S. Polyakov Institute of Geotechnical Mechanics under the National Academy of Science of Ukraine (IGTM, NASU), Dnepropetrovsk, Ukraine

**Tolstenko Alexandr Vasilevich**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor of Department «Reliability and repair of machinery», Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine

**Kolbasin Alexandr Vladimirovich**, Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Associate Professor, Dnepropetrovsk State Agrarian University (DSAU), Dnepropetrovsk, Ukraine